Limites d'échelle des géodésiques de percolation de premier passage sur les cartes aléatoires

L'étude des cartes aléatoires à grands degrés, cartes aléatoires où informellement un sommet typique a un degré k avec probabilité de l'ordre de k^{-a} pour $a \in (3/2, 5/2)$, est bien moins avancée que celles des cartes aléatoires dans la classe d'universalité de la sphère brownienne dont la limite d'échelle a été établie dans [LG13, Mie13] pour les quadrangulations ou des cartes à grandes faces [CMR25]. Jusqu'à présent, seule la limite d'échelle des distances à la racine était connue via un processus de croissances-fragmentation [BBCK18].

Ces cartes apparaissent naturellement dans l'étude de cartes aléatoires couplées à des modèles de mécanique statistique. Leur limite d'échelle conjecturale devrait être décrite par un espace métrique aléatoire défini à l'aide d'un ensemble de boucles conforme et d'une gravité quantique de Liouville indépendante.

L'article [Kam25] étudie l'arbre des géodésiques vers la racine pour la distance de percolation de premier passage à l'aide d'un renversement du temps de l'exploration uniforme de la carte. Il établit notamment la limite d'échelle de cet arbre. Cette limite d'échelle est construite grâce à un flot coalescent d'EDS à sauts, indexé par le processus de croissance-fragmentation. Ce flot coalescent permet aussi de définir un espace métrique aléatoire qui est la limite d'échelle conjecturale des cartes à grands degrés.

Références

[BBCK18] Jean Bertoin, Timothy Budd, Nicolas Curien, and Igor Kortchemski. Martingales in self-similar growth-fragmentations and their connections with random planar maps. *Probab. Theory Relat. Fields*, 172(3-4) :663–724, 2018.

[CMR25] Nicolas Curien, Grégory Miermont, and Armand Riera. The scaling limit of planar maps with large faces, 2025. arXiv :2501.18566.

[Kam25] Emmanuel Kammerer. Scaling limit of first-passage percolation geodesics on planar maps. *J. Lond. Math. Soc., II. Ser.*, 112(4) :58, 2025. Id/No e70312.

[LG13] Jean-François Le Gall. Uniqueness and universality of the Brownian map. *Ann. Probab.*, 41(4) :2880–2960, 2013.

[Mie13] Grégory Miermont. The Brownian map is the scaling limit of uniform random plane quadrangulations. *Acta Math.*, 210(2) :319–401, 2013.